

## 数学Ⅱ・数学B

問 題	選 択 方 法
第1問	必 答
第2問	必 答
第3問	} いずれか2問を選択し、 解答しなさい。
第4問	
第5問	
第6問	

数学Ⅱ・数学B

第1問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 実数  $x, y$  は

$$3^{1+\log_{10}x} - 5^y = 1 \quad \dots\dots\dots (*)$$

を満たしている。このとき

$$K = \frac{5^y}{3} + 3^{-\log_{10}x}$$

の最小値を求めよう。

真数の条件により  $x > \boxed{\text{ア}}$  である。ただし、対数  $\log_a b$  に対し、 $a$  を底といい、 $b$  を真数という。次に、(\*)より

$$5^y = \boxed{\text{イ}} \cdot 3^{\log_{10}x} - 1$$

である。 $z = 3^{\log_{10}x}$  とおくと、 $5^y > 0$  であるから、 $z$  のとり得る値の範囲は

$$z > \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

となる。さらに

$$K = z + \frac{\boxed{\text{オ}}}{z} - \frac{1}{\boxed{\text{カ}}}$$

となるから、 $K$  は  $z = \boxed{\text{キ}}$  のとき、最小値  $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$  をとる。このとき、

$x = \boxed{\text{コ}}$  ,  $y = \log_{\boxed{\text{サ}}}\boxed{\text{シ}}$  である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は 18 ページに続く。)

## 数学Ⅱ・数学B

〔2〕  $a$  を正の定数とする。点  $O$  を原点とする座標平面において、中心が  $O$  で、半径が  $1$  の円と半径が  $2$  の円をそれぞれ  $C_1$ ,  $C_2$  とする。 $\theta \geq 0$  を満たす実数  $\theta$  に対して、角  $a\theta$  の動径と  $C_1$  との交点を  $P$  とし、角  $\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{3}$  の動径と  $C_2$  との交点を  $Q$  とする。ここで、動径は  $O$  を中心とし、その始線は  $x$  軸の正の部分とする。

(1)  $\theta = \pi$  のとき、 $Q$  の座標は  $(\sqrt{\boxed{\text{ス}}}, \boxed{\text{セ}})$  である。

(2) 3 点  $O$ ,  $P$ ,  $Q$  がこの順に一直線上にあるような最小の  $\theta$  の値は

$$\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}} a + \boxed{\text{チ}}} \pi$$

である。 $\theta$  が

$$0 \leq \theta \leq \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}} a + \boxed{\text{チ}}} \pi$$

の範囲を動くとき、円  $C_2$  において点  $Q$  の軌跡を弧とする扇形おうぎの面積は

$$\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}} a + \boxed{\text{ト}}} \pi$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(3) 線分PQの長さの2乗PQ<sup>2</sup>は

$$\boxed{\text{ナ}} - \boxed{\text{ニ}} \sin\left(\frac{\boxed{\text{ヌ}}a + \boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\theta\right)$$

である。

(4)  $x$ の関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \boxed{\text{ナ}} - \boxed{\text{ニ}} \sin\left(\frac{\boxed{\text{ヌ}}a + \boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\pi x\right)$$

とおき、 $f(x)$ の正の周期のうち最小のものが $4\pi$ であるとする、

$$a = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$$

である。

## 数学Ⅱ・数学B

### 第2問 (必答問題) (配点 30)

$a$  を正の実数とし、 $x$  の2次関数  $f(x)$ 、 $g(x)$  を

$$f(x) = \frac{1}{8}x^2$$

$$g(x) = -x^2 + 3ax - 2a^2$$

とする。また、放物線  $y = f(x)$  および  $y = g(x)$  をそれぞれ  $C_1$ 、 $C_2$  とする。

- (1)  $C_1$  と  $C_2$  の共有点を  $P$  とすると、点  $P$  の座標は  $\left( \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}a, \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}a^2 \right)$

である。また、点  $P$  における  $C_1$  の接線の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}ax - \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}a^2$$

である。

- (2)  $C_1$  と  $x$  軸および直線  $x = 2$  で囲まれた図形の面積は  $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$  である。ま

た、 $C_2$  と  $x$  軸の交点の  $x$  座標は  $\boxed{\text{サ}}$ 、 $\boxed{\text{シス}}$  であり、 $C_2$  と  $x$  軸で囲ま

れた図形の面積は  $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}a^3$  である。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

- (3)  $0 \leq x \leq 2$  の範囲で、二つの放物線  $C_1$ ,  $C_2$  と 2 直線  $x = 0$ ,  $x = 2$  で囲まれた図形を  $R$  とする。 $R$  の中で、 $y \geq 0$  を満たすすべての部分の面積  $S(a)$  は

$$0 < a \leq \boxed{\text{タ}} \text{ のとき } S(a) = -\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} a^3 + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

$$\boxed{\text{タ}} < a \leq \boxed{\text{チ}} \text{ のとき}$$

$$S(a) = -\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} a^3 + \boxed{\text{ト}} a^2 - \boxed{\text{ナ}} a + \boxed{\text{ニ}}$$

$$\boxed{\text{チ}} < a \text{ のとき } S(a) = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。したがって、 $a$  が  $a > 0$  の範囲を動くとき、 $S(a)$  は  $a = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$  で

最小値  $\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$  をとる。

## 数学Ⅱ・数学B

### 第3問 (選択問題) (配点 20)

- (1) 数列 $\{a_n\}$ は初項が7, 公差が $-4$ の等差数列とする。数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{アイ}} n + \boxed{\text{ウエ}}$$

であり, 初項から第 $n$ 項までの和は

$$\sum_{k=1}^n a_k = \boxed{\text{オカ}} n^2 + \boxed{\text{キ}} n$$

である。

- (2) 数列 $\{b_n\}$ は, 第 $n$ 項が

$$b_n = pn^2 - qn - r$$

という $n$ の2次式で表され

$$b_{n+1} - 2b_n = \boxed{\text{オカ}} n^2 + \boxed{\text{キ}} n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots \textcircled{1}$$

を満たすとする。このとき

$$p = \boxed{\text{ク}}, \quad q = \boxed{\text{ケ}}, \quad r = \boxed{\text{コ}}$$

であり,  $b_1 = \boxed{\text{サシ}}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

さらに、次の条件によって定まる数列  $\{c_n\}$  を考えよう。

$$c_1 = 1$$

$$c_{n+1} - 2c_n = \boxed{\text{オカ}} n^2 + \boxed{\text{キ}} n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots \textcircled{2}$$

①と②より、 $d_n = c_n - b_n$  とおくと

$$d_{n+1} - \boxed{\text{ス}} d_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つ。これより、数列  $\{c_n\}$  の一般項は

$$c_n = \boxed{\text{セ}} \cdot \boxed{\text{ソ}}^{n-1} + \boxed{\text{ク}} n^2 - \boxed{\text{ケ}} n - \boxed{\text{コ}}$$

である。

数列  $\{c_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和  $\sum_{k=1}^n c_k$  は

$$\boxed{\text{タ}} \cdot \boxed{\text{チ}}^n + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} n^3 - \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} n^2 - \frac{\boxed{\text{ニ又}}}{\boxed{\text{ネ}}} n - \boxed{\text{ノ}}$$

となる。



## 数学Ⅱ・数学B

### 第4問 (選択問題) (配点 20)

四面体 OABC において、 $OA = OB = BC = \sqrt{2}$ 、 $OC = CA = AB = \sqrt{3}$  である。 $\vec{a} = \vec{OA}$ 、 $\vec{b} = \vec{OB}$ 、 $\vec{c} = \vec{OC}$  とおく。

(1)  $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = \boxed{\text{ア}}$  であり、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$  である。

また、 $\vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ 、 $\vec{c} \cdot \vec{a} = \boxed{\text{カ}}$  である。

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

(2) 直線 AB 上の点 P を  $\vec{CP} \cdot \vec{a} = 0$  であるようにとると

$$\vec{CP} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \vec{b} - \vec{c}$$

となり、点 P は線分 AB を  $1 : \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$  に内分する。また、 $\vec{CP} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{ス}}$

であり、 $|\vec{CP}| = \frac{\sqrt{\boxed{\text{セソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$  である。

$\vec{CP}$  は三角形  $\boxed{\text{チ}}$  の各辺と垂直であるから、直線 CP は三角形  $\boxed{\text{チ}}$  を含む平面に垂直である。ただし、 $\boxed{\text{チ}}$  については、当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

- ① ABC                      ② OBC                      ③ OAC                      ④ OAB

三角形  $\boxed{\text{チ}}$  の面積は  $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$  であるから、四面体 OABC の体積は

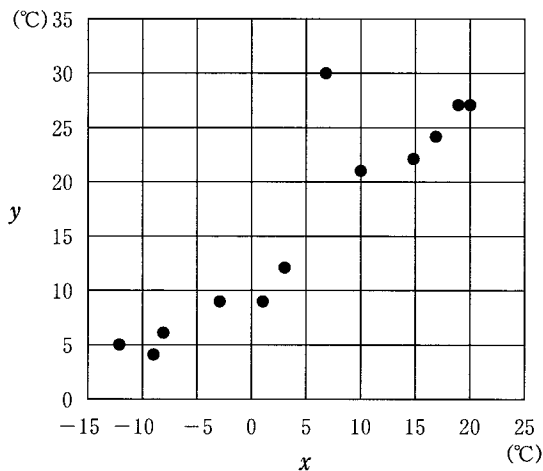
$\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}}$  である。

## 数学Ⅱ・数学B

### 第5問 (選択問題) (配点 20)

ある都市におけるある年の月ごとの最低気温を変量  $x$ ，最高気温を変量  $y$  とする。ただし，単位は  $^{\circ}\text{C}$  とし，最低気温と最高気温は，一日の最低気温と最高気温について月ごとに平均をとり，小数第1位を四捨五入したものとする。

次の図は，変量  $x$  と変量  $y$  の相関図(散布図)である。



以下，小数の形で解答する場合は，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合は，指定された桁まで④にマークすること。

- (1) 1月から12月までの変量  $x$  は次のとおりであった。

-12, -9, -3, 3, 10, 17, 20, 19, 15, 7, 1, -8 (単位は $^{\circ}\text{C}$ )

この12個の値の平均値は  .   $^{\circ}\text{C}$ ，中央値は  .   $^{\circ}\text{C}$  である。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

## 数学Ⅱ・数学B

(2) 1月から12月までの12か月を、変数 $x$ が $0^{\circ}\text{C}$ 未満の四つの月からなるAグループと、 $0^{\circ}\text{C}$ 以上の八つの月からなるBグループとに分けて分析した。このとき、Aグループにおける変数 $x$ の平均値は  .   $^{\circ}\text{C}$ であり、分散は  .  である。

また、Aグループにおける変数 $y$ の平均値は $6.0^{\circ}\text{C}$ で、Bグループにおける変数 $y$ の平均値は $21.5^{\circ}\text{C}$ であった。このとき、1月から12月までの変数 $y$ の平均値は  .   $^{\circ}\text{C}$ である。

変数 $x$ と変数 $y$ の相関図のデータの中で、入力ミスが見つかった。変数 $x$ の値が $7^{\circ}\text{C}$ 、変数 $y$ の値が $30^{\circ}\text{C}$ となっている月の変数 $y$ の値は、正しくは $18^{\circ}\text{C}$ であった。

(3) この誤りを修正すると、変数 $y$ の平均値は  .   $^{\circ}\text{C}$ 減少する。また、変数 $y$ の分散は  する。ただし、 については、当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

- ① 修正前より増加      ① 修正前より減少      ② 修正前と一致

(4) 修正前の変数 $y$ の中央値は   $^{\circ}\text{C}$ であるが、修正後には変数 $y$ の中央値は   $^{\circ}\text{C}$ となる。 ,  の数値として適当なものを、相関図を参考にして、次の①～③のうちから一つずつ選べ。

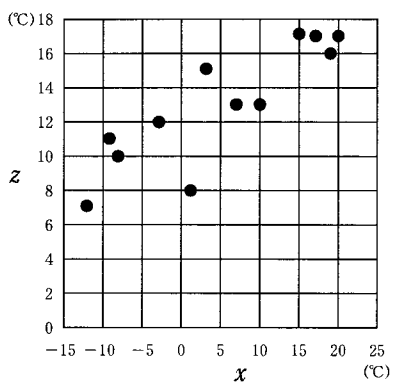
- ① 13.5      ① 15.0      ② 16.5      ③ 18.0

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

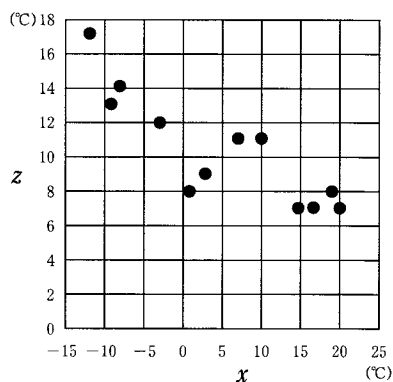
## 数学Ⅱ・数学B

- (5) 誤りを修正した後の寒暖の差(最高気温と最低気温の差)を变量  $z(=y-x)$  とする。变量  $z$  の平均値は テト . ナ °C であり、变量  $x$  と变量  $z$  の相関図として適当なものは ニ である。ただし、ニ については、当てはまるものを、次の①~③のうちから一つ選べ。

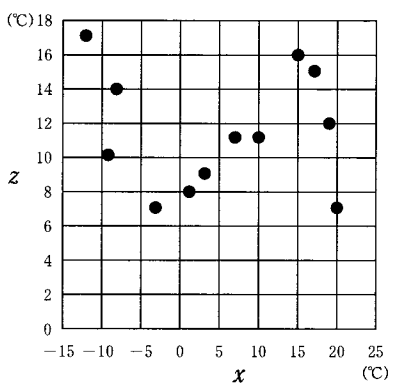
①



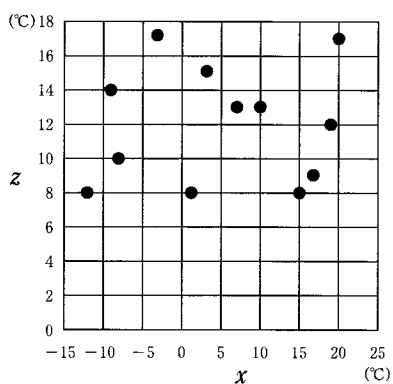
②



③



④



(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

- (6) この都市の1月から12月までの最低気温  $x$  と寒暖の差  $z$  について、  
 という傾向があると考えられる。 に当てはまるものを、次の  
 ①～④のうちから一つ選べ。

- ① 正の相関があり、最低気温が高い月ほど寒暖の差が大きい
- ② 正の相関があり、最低気温が低い月ほど寒暖の差が大きい
- ③ 負の相関があり、最低気温が高い月ほど寒暖の差が大きい
- ④ 負の相関があり、最低気温が低い月ほど寒暖の差が大きい
- ⑤ 相関関係はほとんどなく、最低気温によって寒暖の差は影響を受けない

## 数学Ⅱ・数学B

### 第6問 (選択問題) (配点 20)

互除法(ユークリッドの互除法)によって自然数  $x$ ,  $y$  の最大公約数を求めるため、次の〔プログラム〕を作成した。

〔プログラム〕

```
100 INPUT PROMPT "x=": X
110 INPUT PROMPT "y=": Y
120 IF X<Y THEN
  ア
160 END IF
170 IF Y=0 THEN
180 PRINT イ
190 GOTO ウ
200 END IF
210 LET R=X
220 LET R=R-Y
230 IF R>=Y THEN GOTO 220
240 LET X=Y
250 LET Y=R
260 GOTO エ
270 END
```

ただし、アは3行からなり、変数  $X$  と変数  $Y$  の値を交換する処理を表す。

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

- (1) [プログラム]の  に入る3行に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① $\left\{ \begin{array}{l} 130 \quad \text{LET X=Y} \\ 140 \quad \text{LET Y=Z} \\ 150 \quad \text{LET Z=X} \end{array} \right.$	① $\left\{ \begin{array}{l} 130 \quad \text{LET X=Y} \\ 140 \quad \text{LET Z=X} \\ 150 \quad \text{LET Y=Z} \end{array} \right.$
② $\left\{ \begin{array}{l} 130 \quad \text{LET Y=Z} \\ 140 \quad \text{LET Z=X} \\ 150 \quad \text{LET X=Y} \end{array} \right.$	③ $\left\{ \begin{array}{l} 130 \quad \text{LET Y=Z} \\ 140 \quad \text{LET X=Y} \\ 150 \quad \text{LET Z=X} \end{array} \right.$
④ $\left\{ \begin{array}{l} 130 \quad \text{LET Z=X} \\ 140 \quad \text{LET X=Y} \\ 150 \quad \text{LET Y=Z} \end{array} \right.$	⑤ $\left\{ \begin{array}{l} 130 \quad \text{LET Z=X} \\ 140 \quad \text{LET Y=Z} \\ 150 \quad \text{LET X=Y} \end{array} \right.$

- (2)  に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① X      ② Y      ③ R      ④ X\*Y      ⑤ X\*R      ⑥ Y\*R

- (3) ,  に当てはまる行番号を、次の①～⑤のうちから一つずつ選べ。

① 100      ② 170      ③ 210      ④ 230      ⑤ 260      ⑥ 270

- (4) [プログラム]を実行して、変数Xに98, また変数Yに54を入力したとき、170行は  回, 220行は  回実行される。

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)



## 数学Ⅱ・数学B

(5) [プログラム]中の次の3行

210 LET R=X

220 LET R=R-Y

230 IF R>=Y THEN GOTO 220

で行う処理は、で置き換えることができる。に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。ただし、 $\text{INT}(X)$ は $X$ を超えない最大の整数を表す関数である。

① LET R=X-INT(X/Y)\*X

② LET R=X-INT(X/Y)\*Y

④ LET R=Y-INT(X/Y)\*Y

① LET R=X-INT(Y/X)\*X

③ LET R=Y-INT(Y/X)\*Y

⑤ LET R=Y-INT(Y/X)\*X

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

[プログラム]を変更して、 $x$ と $y$ の最大公約数の代わりに $x$ と $y$ の最小公倍数を求めるようにしたい。

自然数 $x$ と $y$ の最小公倍数と最大公約数について、ケ。このことを用いると、新たに

LET T=コ

という行を[プログラム]のサの部分に挿入し、さらにイをシに変更することで、 $x$ と $y$ の最小公倍数を求めることができる。

(6) ケに当てはまるものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

- ① 最小公倍数が最大公約数よりも大きくなるのは、 $x > y$ の場合だけである
- ② 最小公倍数と最大公約数の和は、 $x$ と $y$ の和に等しい
- ③ 最小公倍数と最大公約数の差は、 $x$ と $y$ の差に等しい
- ④ 最小公倍数と最大公約数の積は、 $x$ と $y$ の積に等しい
- ⑤ 最小公倍数を最大公約数で割った商は、 $x$ を $y$ で割った商に等しい

(7) コに当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ①  $X > Y$
- ②  $X < Y$
- ③  $X + Y$
- ④  $X - Y$
- ⑤  $X * Y$
- ⑥  $X / Y$

(8) サに当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① 100行の前
- ② 100行と110行の間
- ③ 160行と170行の間
- ④ 200行と210行の間
- ⑤ 250行と260行の間
- ⑥ 260行と270行の間

(9) シに当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ①  $T / X$
- ②  $T / Y$
- ③  $X / T$
- ④  $T$
- ⑤  $X * T$
- ⑥  $Y * T$