数学Ⅰ・数学A

問　題	選　択　方　法
第１問	必　　　答
第２問	必　　　答
第３問	いずれか２問を選択し，解答しなさい。
第４問	
第５問	

第1問　（必答問題）（配点　30）

〔1〕　x を実数とし

$$A = x(x+1)(x+2)(5-x)(6-x)(7-x)$$

とおく。整数 n に対して

$$(x+n)(n+5-x) = x(5-x) + n^2 + \boxed{\text{ア}}\,n$$

であり，したがって，$X = x(5-x)$ とおくと

$$A = X\left(X + \boxed{\text{イ}}\right)\left(X + \boxed{\text{ウエ}}\right)$$

と表せる。

$x = \dfrac{5+\sqrt{17}}{2}$ のとき，$X = \boxed{\text{オ}}$ であり，$A = 2^{\boxed{\text{カ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第1問は22ページに続く。）

〔2〕

(1) 全体集合 U を $U = \{x \mid x$ は20以下の自然数$\}$ とし，次の部分集合 A，B，C を考える。

$A = \{x \mid x \in U$ かつ x は20の約数$\}$

$B = \{x \mid x \in U$ かつ x は3の倍数$\}$

$C = \{x \mid x \in U$ かつ x は偶数$\}$

集合 A の補集合を $\overline{A}$ と表し，空集合を $\varnothing$ と表す。

次の $\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

集合の関係

(a) $A \subset C$

(b) $A \cap B = \varnothing$

の正誤の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{キ}}$ である。

	⓪	①	②	③
(a)	正	正	誤	誤
(b)	正	誤	正	誤

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

次の $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

集合の関係

(c)　$(A \cup C) \cap B = \{6, 12, 18\}$

(d)　$(\overline{A} \cap C) \cup B = \overline{A} \cap (B \cup C)$

の正誤の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{ク}}$ である。

	⓪	①	②	③
(c)	正	正	誤	誤
(d)	正	誤	正	誤

(2)　実数 x に関する次の条件 p，q，r，s を考える。

$$p: |x-2| > 2, \quad q: x < 0, \quad r: x > 4, \quad s: \sqrt{x^2} > 4$$

次の $\boxed{\text{ケ}}$，$\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

q または r であることは，p であるための $\boxed{\text{ケ}}$ 。また，s は r であるための $\boxed{\text{コ}}$ 。

⓪　必要条件であるが，十分条件ではない

①　十分条件であるが，必要条件ではない

②　必要十分条件である

③　必要条件でも十分条件でもない

（数学Ⅰ・数学A第１問は次ページに続く。）

〔3〕 a を正の実数とし

$$f(x) = ax^2 - 2(a + 3)x - 3a + 21$$

とする。2次関数 $y = f(x)$ のグラフの頂点の x 座標を p とおくと

$$p = \boxed{\text{サ}} + \frac{\boxed{\text{シ}}}{a}$$

である。

$0 \leqq x \leqq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が $f(4)$ となるような a の値の範囲は

$$0 < a \leqq \boxed{\text{ス}}$$

である。

また，$0 \leqq x \leqq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が $f(p)$ となるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{セ}} \leqq a$$

である。

したがって，$0 \leqq x \leqq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が1であるのは

$$a = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \quad \text{または} \quad a = \frac{\boxed{\text{チ}} + \sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

のときである。

第2問 （必答問題）（配点　30）

〔1〕 四角形ABCDにおいて，3辺の長さをそれぞれ$AB = 5$，$BC = 9$，$CD = 3$，対角線ACの長さを$AC = 6$とする。このとき

$$\cos \angle ABC = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \qquad \sin \angle ABC = \frac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

ここで，四角形 ABCD は台形であるとする。

次の $\boxed{\text{カ}}$ には下の⓪～②から，$\boxed{\text{キ}}$ には③・④から当てはまるものを一つずつ選べ。

CD $\boxed{\text{カ}}$ AB・$\sin \angle$ABC であるから $\boxed{\text{キ}}$ である。

⓪ $<$　　① $=$　　② $>$

③ 辺 AD と辺 BC が平行　　④ 辺 AB と辺 CD が平行

したがって

$$\mathrm{BD} = \boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A 第2問は次ページに続く。）

〔2〕 ある陸上競技大会に出場した選手の身長(単位は cm)と体重(単位は kg)のデータが得られた。男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループに分けると，それぞれのグループの選手数は，男子短距離が 328 人，男子長距離が 271 人，女子短距離が 319 人，女子長距離が 263 人である。

(1) 次ページの図 1 および図 2 は，男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループにおける，身長のヒストグラムおよび箱ひげ図である。

次の $\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑥のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

図 1 および図 2 から読み取れる内容として正しいものは，$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シ}}$ である。

⓪ 四つのグループのうちで範囲が最も大きいのは，女子短距離グループである。

① 四つのグループのすべてにおいて，四分位範囲は 12 未満である。

② 男子長距離グループのヒストグラムでは，度数最大の階級に中央値が入っている。

③ 女子長距離グループのヒストグラムでは，度数最大の階級に第 1 四分位数が入っている。

④ すべての選手の中で最も身長の高い選手は，男子長距離グループの中にいる。

⑤ すべての選手の中で最も身長の低い選手は，女子長距離グループの中にいる。

⑥ 男子短距離グループの中央値と男子長距離グループの第 3 四分位数は，ともに 180 以上 182 未満である。

(数学Ⅰ・数学A第 2 問は次ページに続く。)

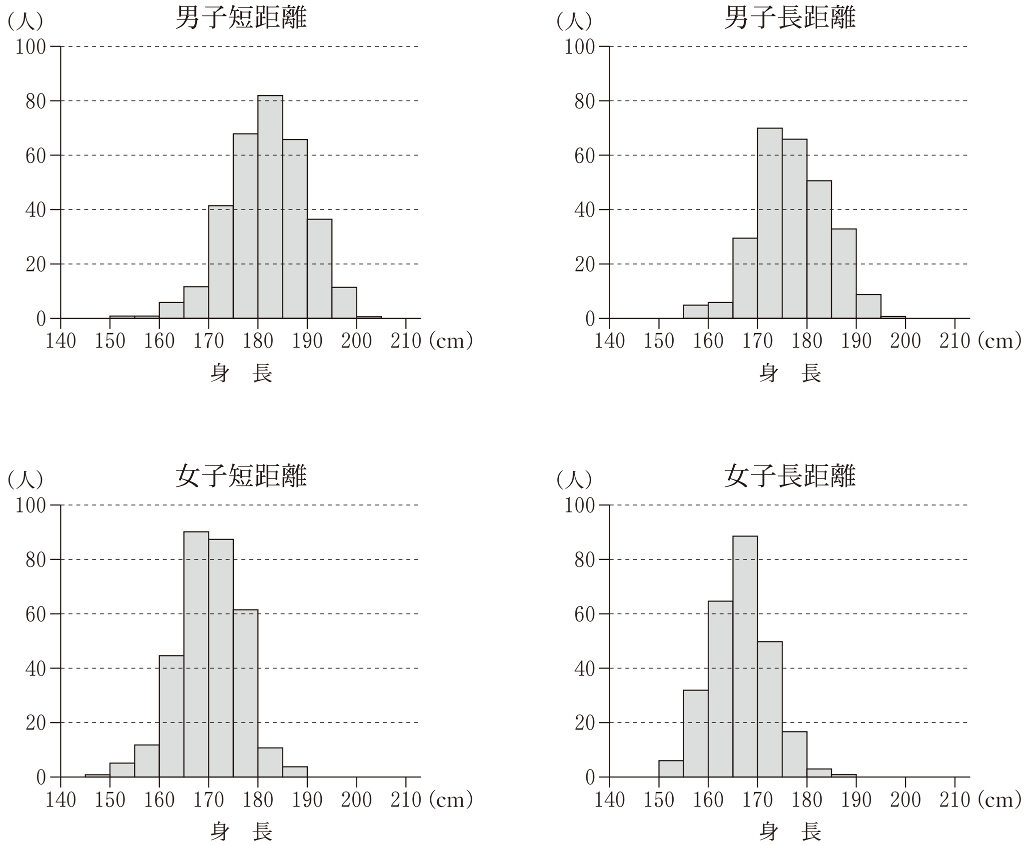

図1　身長のヒストグラム

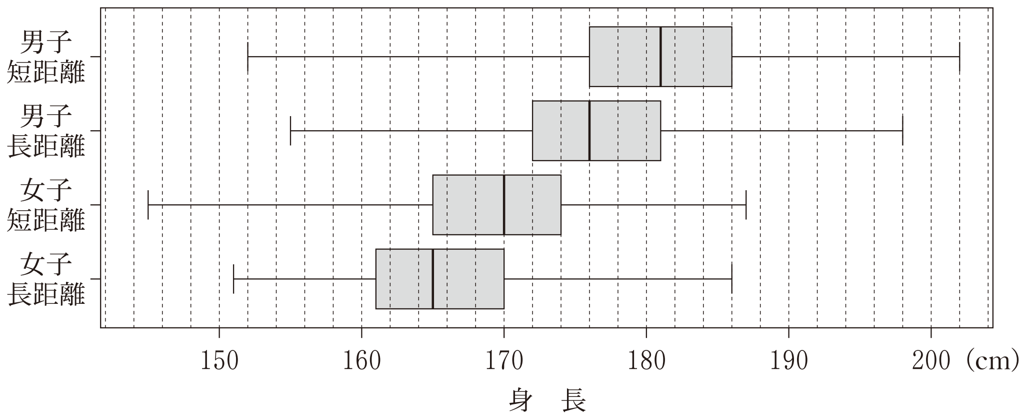

図2　身長の箱ひげ図

(出典：図1，図2はガーディアン社のWebページにより作成)

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(2) 身長をH，体重をWとし，Xを$X=\left(\dfrac{H}{100}\right)^2$で，$Z$を$Z=\dfrac{W}{X}$で定義する。次ページの図3は，男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループにおけるXとWのデータの散布図である。ただし，原点を通り，傾きが15，20，25，30である四つの直線l_1，l_2，l_3，l_4も補助的に描いている。また，次ページの図4の(a)，(b)，(c)，(d)で示すZの四つの箱ひげ図は，男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループのいずれかの箱ひげ図に対応している。

次の $\boxed{\text{ス}}$ ，$\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

図3および図4から読み取れる内容として正しいものは，$\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$ である。

⓪ 四つのグループのすべてにおいて，XとWには負の相関がある。

① 四つのグループのうちでZの中央値が一番大きいのは，男子長距離グループである。

② 四つのグループのうちでZの範囲が最小なのは，男子長距離グループである。

③ 四つのグループのうちでZの四分位範囲が最小なのは，男子短距離グループである。

④ 女子長距離グループのすべてのZの値は25より小さい。

⑤ 男子長距離グループのZの箱ひげ図は(c)である。

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

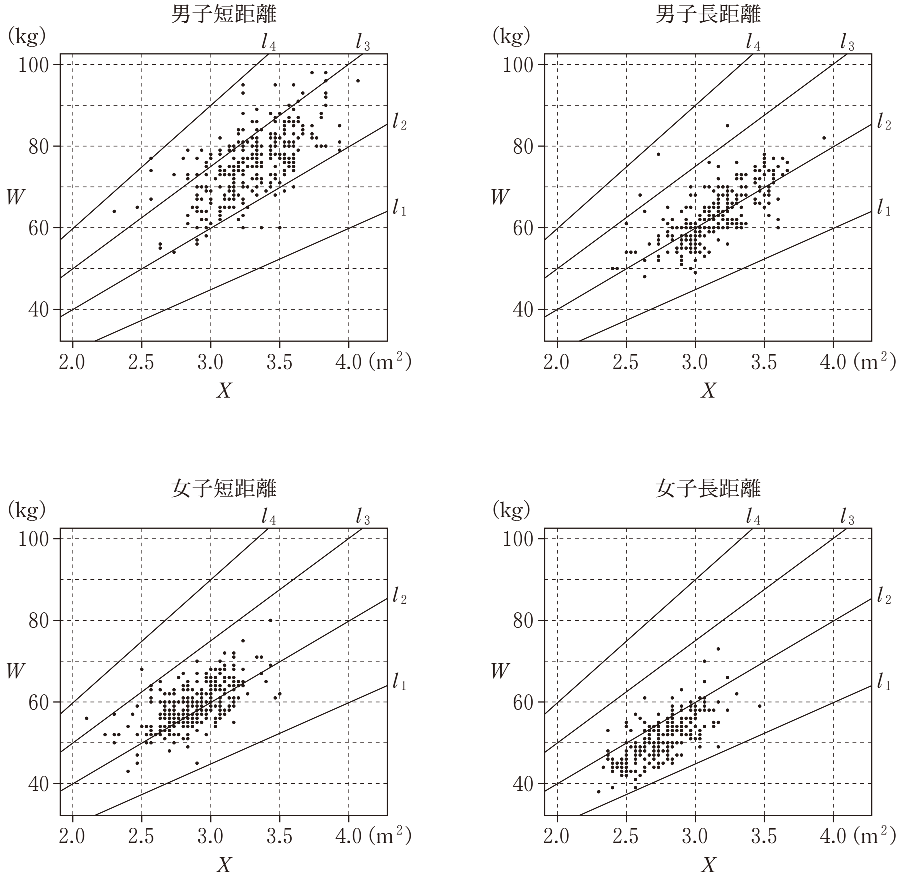

図3　X と W の散布図

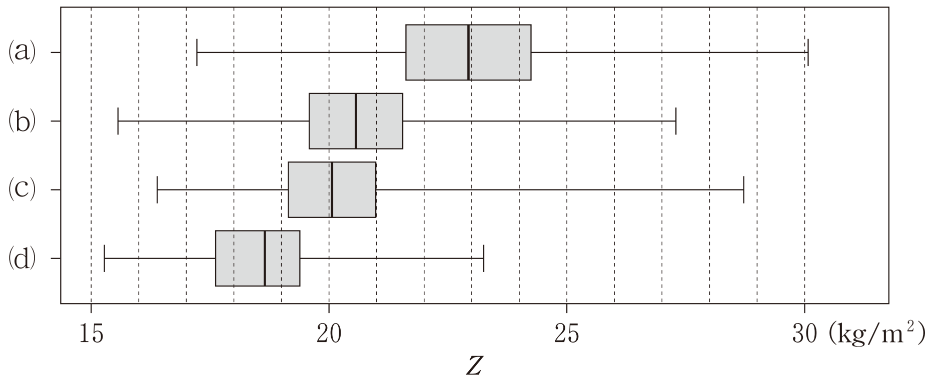

図4　Z の箱ひげ図

(出典：図3，図4はガーディアン社のWebページにより作成)

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(3) n を自然数とする。実数値のデータ x_1，x_2，…，x_n および w_1，w_2，…，w_n に対して，それぞれの平均値を

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}, \qquad \overline{w} = \frac{w_1 + w_2 + \cdots + w_n}{n}$$

とおく。等式 $(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)\overline{w} = n\overline{x}\,\overline{w}$ などに注意すると，偏差の積の和は

$$(x_1 - \overline{x})(w_1 - \overline{w}) + (x_2 - \overline{x})(w_2 - \overline{w}) + \cdots + (x_n - \overline{x})(w_n - \overline{w})$$
$$= x_1w_1 + x_2w_2 + \cdots + x_nw_n - \boxed{\text{ソ}}$$

となることがわかる。 $\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ $\overline{x}\,\overline{w}$　　① $(\overline{x}\,\overline{w})^2$　　② $n\overline{x}\,\overline{w}$　　③ $n^2\overline{x}\,\overline{w}$

第3問 （選択問題）（配点 20）

一般に，事象 A の確率を $P(A)$ で表す。また，事象 A の余事象を $\overline{A}$ と表し，二つの事象 A，B の積事象を $A \cap B$ と表す。

大小2個のさいころを同時に投げる試行において

A を「大きいさいころについて，4の目が出る」という事象

B を「2個のさいころの出た目の和が7である」という事象

C を「2個のさいころの出た目の和が9である」という事象

とする。

(1) 事象 A，B，C の確率は，それぞれ

$$P(A) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad P(B) = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}, \quad P(C) = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

(2) 事象 C が起こったときの事象 A が起こる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり，事象 A が起こったときの事象 C が起こる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

(3) 次の $\boxed{\text{サ}}$ ，$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～②のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

$$P(A \cap B) \; \boxed{\text{サ}} \; P(A)P(B)$$

$$P(A \cap C) \; \boxed{\text{シ}} \; P(A)P(C)$$

⓪ $<$　　① $=$　　② $>$

(4) 大小2個のさいころを同時に投げる試行を2回繰り返す。1回目に事象 $A \cap B$ が起こり，2回目に事象 $\overline{A} \cap C$ が起こる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソタ}}}$ である。三つの事象 A，B，C がいずれもちょうど1回ずつ起こる確率は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

第4問 （選択問題）（配点　20）

(1) 144を素因数分解すると

$$144 = 2^{\boxed{\text{ア}}} \times \boxed{\text{イ}}^{\boxed{\text{ウ}}}$$

であり，144の正の約数の個数は $\boxed{\text{エオ}}$ 個である。

(2) 不定方程式

$$144x - 7y = 1$$

の整数解 x，y の中で，x の絶対値が最小になるのは

$$x = \boxed{\text{カ}}, \quad y = \boxed{\text{キク}}$$

であり，すべての整数解は，k を整数として

$$x = \boxed{\text{ケ}}\,k + \boxed{\text{カ}}, \quad y = \boxed{\text{コサシ}}\,k + \boxed{\text{キク}}$$

と表される。

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

(3) 144の倍数で，7で割ったら余りが1となる自然数のうち，正の約数の個数が18個である最小のものは $144 \times \boxed{\text{ス}}$ であり，正の約数の個数が30個である最小のものは $144 \times \boxed{\text{セソ}}$ である。

第5問 （選択問題）（配点　20）

△ABC において AB ＝ 2，AC ＝ 1，∠A ＝ 90° とする。

∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると，BD ＝ $\dfrac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$

である。

点 A を通り点 D で辺 BC に接する円と辺 AB との交点で A と異なるものを E

とすると，AB・BE ＝ $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ であるから，BE ＝ $\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。）

次の $\boxed{\text{コ}}$ には下の⓪～②から，$\boxed{\text{サ}}$ には③・④から当てはまるものを一つずつ選べ。

$\dfrac{BE}{BD}$ $\boxed{\text{コ}}$ $\dfrac{AB}{BC}$ であるから，直線ACと直線DEの交点は辺ACの端点 $\boxed{\text{サ}}$ の側の延長上にある。

⓪ $<$　　① $=$　　② $>$　　③ A　　④ C

その交点をFとすると，$\dfrac{CF}{AF} = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であるから，$CF = \dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。したがって，BFの長さが求まり，$\dfrac{CF}{AC} = \dfrac{BF}{AB}$ であることがわかる。

次の $\boxed{\text{タ}}$ には下の⓪～③から当てはまるものを一つ選べ。

点Dは△ABFの $\boxed{\text{タ}}$。

⓪ 外心である　　① 内心である　　② 重心である

③ 外心，内心，重心のいずれでもない